

AKTIVIZUJÍCÍ ČINNOSTI PŘI ROZVOJI KOMBINATORICKÉHO MYŠLENÍ ŽÁKŮ PRVNÍHO STUPNĚ ZÁKLADNÍ ŠKOLY

STIMULATING ACTIVITIES FOR DEVELOPMENT OF COMBINATORY THINKING OF FIRST-GRADE PUPILS

JANA PŘÍHONSKÁ, LUCIE VILIMOVSKÁ

ABSTRAKT. *Príspevok sa zaoberá problematikou rozvoja kombinatorického myšlení žáků prvního stupně základní školy. Jsou uvedeny ukázky aktivizujících činností s ohledem na rozvoj různorodých řešitelských strategií žáků.*

KLÍČOVÉ SLOVÁ: *kombinatorika, kombinatorické myšlení, řešitelské strategie, aktivizující činnosti*

ABSTRACT. *In the contribution, the development of combinatorial thinking of pupils of elementary school is discussed. Examples of stimulating activities for developing combinatorial thinking are given. We mainly focus on the development of various solving strategies of students in combinatorial problems solving.*

KEY WORDS: *combinatorics, combinatorial thinking, solving strategies, stimulating activities*

CLASSIFICATION: *A60, B50, C70, D40, K20*

Úvod

Matematické vzdělávání by mělo vést žáky k vytvoření si pozitivního vztahu k matematice. Hlavní úlohou školské matematiky je naučit řešit žáky problémové úlohy, divergentní úlohy a úlohy zaměřené na aplikaci. Pojetí matematiky na prvním stupni základní školy se odvíjí od školních vzdělávacích programů každé ze základních škol a bezpochyby také souvisí s přístupem každého učitele matematiky. Obecně je však ovlivněno očekávanými výstupy a učivem daným RVP ZV. Zde je definováno také cílové zaměření oblasti **Matematika a její aplikace**. Pro tuto oblast jsou definovány klíčové kompetence, které jsou rozvíjeny mimo jiné řešením kombinatorických problémů jako prostředku k rozvoji logického myšlení.

Úlohy pro rozvoj kombinatorického myšlení souvisí nejvíce s tematickými okruhy Nestandardní aplikační úlohy a problémy a Závislosti, vztahy a práce s daty. V základním vzdělávání je tato oblast založena zejména na aktivních činnostech, jež jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné pro praktický život a napomáhá tak k získávání matematické gramotnosti. (Fuchs aj. 2006, s. 7.)

Během řešení kombinatorických problémů žáci na prvním stupni hledají možné postupy a řešitelské strategie, které při jiných, resp. běžných úlohách většinou nevyužívají. Úspěšnost řešení kombinatorických úloh není primárně závislá na osvojených algoritmech a početních operacích, a může tak přinést pocit úspěchu a naplnění i žákům jindy neúspěšným.

1 Aktivizace žáků na prvním stupni ZŠ

Na prvním stupni by měl učitel zejména respektovat přirozené potřeby žáků. Z důvodu krátkodobé pozornosti a soustředěnosti žáků prvního stupně je nutné během výuky obměňovat organizační formy i vyučovací metody a volit zejména takové, které mají na žáky aktivizující vliv. Velký důraz by měl učitel klást na motivaci a pozitivní přístup k žákům. Nejen v hodinách matematiky by měl zapojovat zajímavá témata a podporovat přirozenou hravost a spontánnost dětí. Měl by citlivě pracovat s chybami žáků a dát jim prostor pro hledání vlastních postupů a experimentování

Aktivizující činnosti zvyšují obvykle zájem žáků o probíranou tematiku. Souvislost mezi aktivizujícími činnostmi a motivací je zřejmá. Lokšová; Lokša (1999, s. 10) uvádí, že: „*Motivace má dynamizující, **aktivizující** a usměrňující funkci.*“ Dalším z přínosů aktivizujících činností je rozvoj kooperace. Nejde pouze o kooperaci mezi žáky, ale také mezi žáky a učitelem. Aktivizující metody, podobně jako ostatní vyučovací metody, můžeme dělit dle různých hledisek (Kotrba; Lacina 2007, s. 81 – 141):

- podle náročnosti přípravy (času, materiálů, pomůcek)
- podle časové náročnosti samotného průběhu ve výuce
- podle účelu a cílů použití ve výuce (diagnostické, opakovací, motivační, výkladové, k odreagování)
- podle zařazení do kategorií
 - **hry** (např. didaktické, soutěže, interakční, neinterakční hry)
 - **problémové úlohy** (např. metody heuristické, m. černé skříňky, úlohy na předvídání, atd.)
 - **diskusní metody** (např. brainstorming, brainwriting, řetězová diskuse, m. Philips 66, m. cílených otázek, atd.)
 - **situační metody** (rozborové, m. konfliktních situací, m. incidentu, m. postupného seznamování s případem, atd.)
 - **inscenační metody** (strukturní, nestrukturní, mnohostranné hraní rolí)
 - **speciální metody** (m. icebreakers, projektová výuka, atd.)

Je na učiteli, aby zvážil, jaké aktivizující metody jsou pro danou skupinu žáků vhodné a realizovatelné.

1.1 Aktivizace žáků při rozvoji kombinatorického myšlení

Kombinatorika hraje v rozvoji matematického myšlení výraznou roli. Její význam je zejména v rozvoji logického myšlení a obecných kombinačních schopností, v neposlední řadě ji lze považovat za základ pro následné řešení různých pravděpodobnostních problémů. Při řešení kombinatorických úloh na prvním stupni ZŠ využíváme různých metod, které se opírají o žakovské aktivity vyplývající z použité řešitelské strategie:

- pokus (experiment) – náhodný či systematický
- kreslení obrázku (s využitím barev)
- kreslení diagramu (např. stromového)
- využití tabulky
- užití grafu (např. uzlového)
- výpis možností
- logická úvaha
- využití matematického příkladu (popř. vzorce)

Při zapojování kombinatorických problémů do výuky na 1. stupni by měli učitelé postupovat následujícím způsobem (Bálint In Scholtzová 2003, s. 5):

1. Žáci hledají nejprve jednu, potom několik možností. Učitel si tak ověří, zda pochopili zadání a vědí, co mají hledat.
2. Žáci hledají co nejvíce různých možností řešení úlohy.
3. Žáci hledají všechny možnosti řešení. Měli by si být jistí, že našli všechny možnosti – to je možné tehdy, pokud objeví určitý pořádek/systém v hledání možností.
4. Žáci nemusí najít (resp. vypsat) všechny možnosti, ale měli by nalézt určitý systém, na jehož základě usoudí, jaké bude pokračování a kolik bude řešení.
5. Není třeba, aby žáci vyjmenovali/vypsali všechny případy, neboť dle analýzy podmínek zvládnou vypočítat všechny možnosti.

Na prvním stupni s žáky nejvíce pracujeme na bodech 1. – 3. Je zřejmé, že učitel by měl vést žáky k organizaci své práce (nejen v matematice) a k hledání určitého systému řešení. Žáci při řešení kombinatorických úloh postupují od konkrétního zachycování skutečnosti ke zjednodušování řešení (resp. grafického záznamu), což souvisí právě i s rozvojem systematickosti. Pokud žáci naleznou určitý systém, pak svůj záznam zjednodušují, zrychlují a obvykle naleznou i více možností řešení.

Učitelé by s kombinatorikou na prvním stupni ZŠ měli začít prostřednictvím manipulativní činnosti dětí. K tomu velmi dobře poslouží např. barevné kostky, obrázky, pastelky, aj. Je vhodné využít i osvědčených her, jako např. Logic, Tangramy, Člověče, nezlob se, Scrabble. Velkou oblibu jistě žáci najdou v hledání cest z bludišť a labyrintů (ať už v těch na papíře, či v opravdových).

2 Ukázky problémů a aktivit pro žáky

Ukázka č.1 – ČLOVĚČE NEZLOB SE

Klárka s Vojtou hrají hru Člověče, nezlob se. Vojtovi se moc nedaří, ale Klárčina poslední figurka je už jen 5 políček od domečku. Hodila tedy poprvé (to se ještě do domečku nedostala), pak hrál Vojta. Posledním hodem Klárka zvítězila – její figurka se dostala do domečku. Co padlo Klárce na kostkách během těchto dvou hodů? Zkus najít všechny možnosti.



Obrázek 1

Cíl: propedeutika pojmu kombinace (různé kombinace dvou hodů, které vedou k posunutí o pět políček)

Motivace: tematika (oblíbená hra)

Metody:

- práce ve dvojicích: experimentování s kostkami, hledání kombinací dvou hodů vedoucích k posunutí o pět políček, zaznamenání možností
- společná kontrola (zeptáme se všech na počet možností, poté je vypíšeme a porovnáme)

Pomůcky: kostka pro každou dvojici, nákres situace pro každou dvojici

Řešení:

Úvaha: Klárka je pět políček před „domečkem“. Po dvou hodech zvítězí. Co může být na kostce při těchto dvou hodech?

$$1 + 4$$

$$4 + 1$$

$$2 + 3$$

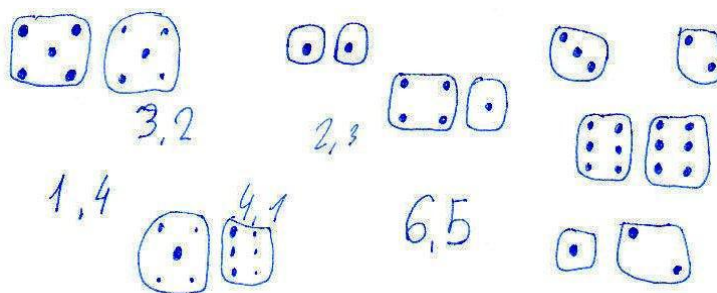
$$3 + 2$$

$6 + 5$ (poprvé „přehodila“ počet polí, takže zůstala na místě, druhým hodem se dostala rovnou do „domečku“)

Odpověď: Klárce mohlo na kostkách padnout pět různých kombinací.

Záznam z průběhu řešení žáků

Žáci řešili úlohu ve dvojicích. Dostali lísteček s obrázkem situace. Nejprve byli dotázáni, zda uhodnou, co je to za situaci, popřípadě za hru. Většina žáků se hlásila a správně odpověděli, že se jedná o Člověče, nezlob se. Až poté jim bylo přečteno zadání a mohli začít řešit. Každá dvojice dostala k dispozici jednu hrací kostku. Žáci přišli většinou velmi rychle na možnosti, kdy na kostce padlo: $1 + 4$, $4 + 1$, $2 + 3$, $3 + 2$. V tomto okamžiku jim bylo sděleno, že to ještě nejsou všechny možnosti - přibližně polovina žáků přišla na možnosti $6 + 5$ a $5 + 6$, z nichž druhá možnost je zbytečná (pokud hodí Klárka 5, tak zvítězí a již nepotřebuje dál házet). Žáci ještě přišli na jednu možnost: při prvním hodu spadne Klárce kostka na zem (tedy hod je neplatný), dále hází Vojta, poté Klárka hodí znovu a padne jí právě požadovaná 5. Většina žáků zapisovala možnosti pomocí příkladů. U dvou dívek se objevilo kreslení horní stěny kostky s číslem, které padlo (viz obr. 2).



Obrázek 2

Rychlým dvojicím byl zadán další úkol: **Zjistěte, kolik různých kombinací může padnout na dvou kostkách.** Žáci většinou začali s vypisováním všech možných kombinací. Pouze u dvou chlapeckých dvojic se objevilo řešení $6 \cdot 6 = 36$. Dále byl příklad zapsán na tabuli a bylo vysvětleno všem žákům, co vyjadřují dvě šestky (jedná se o šest možností na každé kostce).

Ukázka č.2 – MOTÝLÍ KŘÍDLA

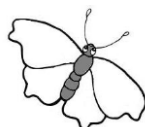
Kolika způsoby lze vybarvit motýla na obrázku, pokud můžeš použít jen červenou a žlutou barvu? Barvy mohou být uspořádány jakkoliv.

Cíl: propedeutika pojmu variace, rozvoj orientace v rovině (pravé – levé, horní – dolní křídlo)

Motivace: matematika bez čísel – hra s barvami

Metody: samostatné vybarvování – porovnání ve skupince, společné shrnutí (lze využít barevné papíry, vystříhat si čtyři červená a čtyři žlutá křídla a skládat možné variace, poté nám křídla mohou posloužit k výzdobě třídy (motýlci na oknech)

Pomůcky: pastelky, popř. barevné papíry, nůžky, lze vytvořit pracovní list s natištěným motýlem (obr. 3), resp. několika stejnými motýly



Obrázek 3

Ukázka č.3 – ZVÍŘECÍ DŽUNGLE - dramatizace

Jednou se zvířata v džungli rozhodla, že vyšlou delegaci ke králi zvířat, aby zjistila, co je nového. Chtěla jich vyrazit spousta: 4 pštrosi, 2 tygři, 2 pavouci, 3 berušky, 2 žirafy a slon. Zvědavá opice potřebovala zjistit, kdo všechno se delegace zúčastní, proto se schovala ve křoví a sledovala, kdo kolem ní projde. Viděla však jenom nohy.

- A) Kolik by opice viděla projít nohou, pokud by za lvem vyrazila úplně všechna zvířata?
 B) Kdo se mohl účastnit delegace, pokud opice viděla 12 nohou? Najdi co nejvíce možností.
 C) Kdo se mohl účastnit delegace, pokud by opice viděla projít nohy v tomto pořadí: 6 nohou stejného druhu, 4 nohy stejného druhu, 8 nohou stejného druhu?
 D) Mohla by se spolu ve skutečnosti sejít všechna tato zvířata?*

Cíl: uvědomění si pořadí u uspořádání, nácvik systematickosti, tvoření různých skupin zvířat s ohledem na počet nohou (A, B, C) a s ohledem na pořadí (C); rozvoj tvořivosti, mezipředmětové vztahy (propojení matematiky s přírodovědou), rozvoj kritického myšlení (bod D)

Motivace: zvířecí tematika, masky, tvorba zvířecích příkladů

Metody:

- zdramatizovaná delegace s využitím zvířecích masek; nesmíme zapomenout: některým zvířatům nutno „přidat“ končetiny (pavouk, beruška), vyrobíme je předem z punčocháčů nebo pruhů látky a přehodíme žákům přes záda).
- skupinová práce (body B, C): využijeme nastříhané nakopírované obrázky zvířat, žáci pomocí nich sestavují (popř. lepí) zvířecí příklady (např. 2 pštrosi + pavouk = 12 nohou)
- řízená diskuse (bod D) – využití učebnice (popř. encyklopedie, mapy, či internetu) s informacemi o jednotlivých zvířatech, žáci mají odpovědět na otázku, zda se mohou zmiňovaná zvířata skutečně sejít. Musí tedy zvážit, zda žijí ve stejném prostředí a zda nějaké ze zvířat není potravou pro ostatní

Pomůcky: masky jednotlivých zvířat (čelenky, šátky/kusy látek, masky, zobáky, končetiny z punčocháčů či látky), kopie s obrázky zvířat pro každou skupinku, nůžky, lepidlo, volné papíry pro lepení příkladů, učebnice (encyklopedie, internet, mapa) s informacemi o jednotlivých zvířatech (místo výskytu a potrava!)

Závěr

Kombinatorika má nezastupitelnou roli pro rozvoj logického myšlení. Obecné kombinační schopnosti můžeme považovat za jedny ze základních pro celkovou matematickou gramotnost žáka. Na základní škole se s kombinatorikou víceméně více setkávají pouze žáci navštěvující školy s rozšířenou výukou matematiky. Různé kombinatorické úlohy se však vyskytují často v matematických olympiádách a dalších soutěžích. Je proto třeba rozvoji kombinatorického myšlení věnovat náležitou pozornost již od útlého věku. Aktivizující činnosti, které jsou jen krátce nastíněny v příspěvku, jsou velice důležité pro motivaci žáků k řešení praktických problémů a uvědomění si aplikace matematických poznatků v reálném životě.

Literatura

- [1] Fuchs, E., Hošpesová, A., Lišková, H. Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Základní vzdělávání. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 80-7196-326-7
- [2] Kotrba, T., Lacina, L. Praktické využití aktivizačních metod ve výuce. Vyd. 1. Brno: Společnost pro odbornou literaturu, 2007. ISBN 978-80-87029-12-1.
- [3] Lokšová, I., Lokša, J. Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole. Vyd. 1. Překlad Jakub Dobal. Praha: Portál, 1999, 199 s. Pedagogická praxe. ISBN 80-717-8205-X.
- [4] Příhonská, J. Úvod do kombinatoriky. [Monografie] Tribun EU s r.o., Brno 2008, 104 s. ISBN 978-80-7399-456-3
- [5] Scholtzová, I. Inovačné trendy vo vyučovaní matematiky na 1. stupni základnej školy: Rozvíjanie kombinatorického myslenia [online]. Metodicko-pedagogické centrum v Prešove, 2003 [cit. 2012-01-31]. Dostupné z: <http://www.mcpo.edu.sk/modules/umdownload/viewcat.php?cid=36>.
- [6] Vilimovská, L. Aktivizující činnosti pro rozvoj kombinatorického myšlení žáků 1. stupně ZŠ. [Diplomová práce]. TU v Liberci, 2012

Článek přijatý dňa 8. júna 2012

Adresa

*doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická
Technická univerzita v Liberci
Studentská 2
ČR – 468 17 Liberec
e-mail: jana.prihonska@tul.cz*