FACULTY OF NATURAL SCIENCES
CONSTANTINE THE PHILOSOPHER UNIVERSITYNITRA
ACTA MATHEMATICA 15

OBJAVNÉ EDUKAČNÉ STRATÉGIE PRI VYUČOVANÍ MATEMATIKY S VYUŽITÍM INTERDISCIPLINARITY

INQUIRY BASED LEARNING IN TEACHING MATHEMATICS WITH USING THE INTERDISCIPLINARY RELATIONS

LÝDIA KONTROVÁ, IVANA POBOČÍKOVÁ

ABSTRAKT. *Objavné edukačné stratégie predstavujú matematiku ako účinný nástroj popisujúci zákonitosti a riešenia problémov v iných vedných disciplínach, a prezentujú ju nielen ako abstraktnú a exaktnú vedu, ale aj ako vedu aplikovateľnú a užitočnú pre každodennú prax. Uplatňovanie metódy objavného vyučovania v procese výučby matematiky je vhodným prostriedkom na rozvíjanie interdisciplinárnych väzieb a integrovaného vyučovania. Článok na dvoch príkladoch poukazuje na možnosti uplatňovania tejto metódy.*

KĽÚČOVÉ SLOVÁ: *objavné vyučovanie, interdisciplinarita, integrované vyučovanie*

ABSTRACT. *Inquiry based learning introduces mathematics as an efficient tool for describing laws and solutions of problems in various branches of science and presents it not only as an abstract and exact science, but also as a useful science applicable for everyday practice. Use of this method in the process of teaching mathematics allows us to develop interdisciplinary bonds and integrated education. This article shows two examples of how it is possible to apply this method.*

KEY WORDS: *inquiry based learning, relationships between objects, integrated Learning.*

CLASSIFICATION: *A30.*

Úvod

Prebiehajúca reforma školstva v Slovenskej republike priniesla aj do vyučovania matematiky viaceré zmeny. Tieto premeny sa týkajú jednak obsahu, ale tiež metód, foriem a organizácie matematického vzdelávania a vyučovania. Čoraz väčší dôraz sa kladie na rozvoj kľúčových matematických kompetencií študenta, pričom za prvoradý vzdelávací cieľ sa považuje schopnosť študentov používať a aplikovať relevantné matematické úsudky, pojmy a vzťahy pri riešení problémov každodenného života.

Rozvoj spomínaných kompetencií môže podporiť predovšetkým akcentovanie využívania medzi predmetných vzťahov vo vyučovaní: aplikovanie preberaných matematických pojmov a vzťahov pri riešení konkrétnych problémov predovšetkým v prírodných, technických, ekonomických a spoločenských vedách. Prekonávanie izolácie jednotlivých vyučovacích predmetov umožňuje ukázať matematiku ako účinný nástroj popisujúci zákonitosti a riešenia problémov v iných vyučovacích predmetoch.

Druhou kľúčovou úlohou učiteľa matematiky je podať matematiku atraktívnym spôsobom. Matematika je vtedy zaujímavá, ak živí našu predstavivosť, vynachádzavosť, tvorivosť a odpovedá na otázky, ktoré vyplynuli z konkrétnych životných potrieb alebo skúseností. Uvádzané atribúty spĺňa tzv. objavné vyučovanie, ktoré umožňuje učiacim sa aktívne participovať pri objavovaní riešení skutočných problémov z praxe.

Študenti pri riešení problému v rámci objavného vyučovania zapájajú širokú škálu aktivít, akými sú zjednodušovanie a štruktúrovanie komplexných problémov, systematické pozorovanie, meranie, vytváranie grafických a numerických modelov, formulovanie definícií, triedenie údajov, tvorba úsudkov, stanovenie predpokladov a hypotéz, kontrolovanie premenných, experimentovanie, vizualizácia, objavovanie vzťahov, prepojení a vzájomnú komunikáciu.

Cieľom objavného vyučovania je simulovať matematickým modelom problém z oblasti inej vednej disciplíny a následne tento problém riešiť. Študenti získavajú cenné kompetencie, matematická gramotnosť v zmysle schopnosti riešiť vhodne zvolenými matematickými úsudkami konkrétne problémy praxe sa zvyšuje. Rocard [5] uvádza, že objavné vyučovanie zvyšuje záujem o matematiku v kontexte s prírodnými vedami.

Matematika v biológii alebo biológia v matematike?

V našom článku uvádzame dva príklady aplikovania metódy objavného vyučovania pri riešení úloh z biológie. Pri riešení oboch uvedených problémov predchádza vytvoreniu matematického modelu etapa vyhľadávania a triedenia informácií a údajov z oblasti botaniky. Táto aktívna činnosť študentov vyústi do formulovania a následného overovania hypotézy nástrojmi matematickej štatistiky. Inšpiráciu pre prvú úlohu sme získali zo zdroja [4].

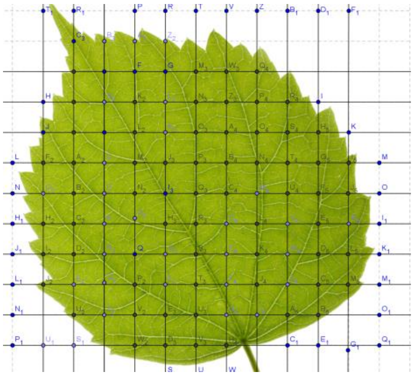
Príklad 1. Je známe, že listy na strome, ktoré rastú na obvode koruny, majú často menšiu listovú plochu ako listy, ktoré rastú vo vnútri koruny. Aby sa porovnala veľkosť listovej plochy istého druhu stromu, vybralo sa náhodne n = 10 listov z obvodu koruny a m = 10 listov z vnútra koruny.

Na meranie plochy listov sa použila bodová metóda. Na každý list sa položila fólia s mriežkou pravidelne rozmiestnených bodov 0,5 $cm \times 0{,}5\ cm$. Spočítal sa počet bodov k_1, ktoré celé ležia na liste a počet bodov k_2, ktorých časť leží na liste (Obrázok 1). Každý bod, ktorý celý leží na liste znamená $0,25\,cm^2$ listovej plochy. Celková listová plocha je rovná $\left(k_1+0,5\,k_2\right).0,25\,cm^2$ .Výsledky meraní sú v tabuľke 1.

Dá sa tvrdiť, že slnečné žiarenie nemá vplyv na veľkosť listovej plochy?

Listy z obvodu koruny x_i	**Poradie** R_{1i}	**Listy z vnútra koruny** y_i	**Poradie** R_{1i}
42	3	56	13
45	4,5	62	16
77	20	68	18
41	2	76	19
48	7,5	55	12
60	15	58	14
53	10,5	48	7,5
40	1	53	10,5
47	6	63	17
45	4,5	52	9

Tabuľka 1.



Obrázok 1.

Riešenie.
Zvolíme hladinu významnosti $\alpha = 0,05$.

Pretože máme malý rozsah výberov a nepoznáme rozdelenie pravdepodobnosti, použijeme na test hypotézy neparametrický Wilcoxonov-Mann-Whitneyov test. Testujeme hypotézu

H_0 : Oba výbery pochádzajú z toho istého rozdelenia pravdepodobnosti, proti

H_0 : Oba výbery nepochádzajú z toho istého rozdelenia pravdepodobnosti.

Všetky namerané hodnoty usporiadame podľa veľkosti a priradíme im poradie. Výsledky a ich poradia sú v tabuľke. Odtiaľ sčítame poradia pre prvý a pre druhý výber

$$T_1 = \sum_{i=1}^{10} R_{1i} = 74, \quad T_2 = \sum_{i=1}^{10} R_{2i} = 136.$$

Potom

$$U_1 = nm + \frac{n(n+1)}{2} - T_1 = 81, \quad U_2 = nm + \frac{m(m+1)}{2} - T_2 = 19.$$

Kritická hodnota je $W(\alpha) = W(0,05) = 23$. Hodnota testovacej štatistiky je $\min(U_1, U_2) = 19 \le 23$ hypotézu H_0 zamietame.

Na základe získaných výsledkov sa dá tvrdiť na hladine významnosti $\alpha = 0,05$, že slnečné žiarenie má vplyv na veľkosť listovej plochy.

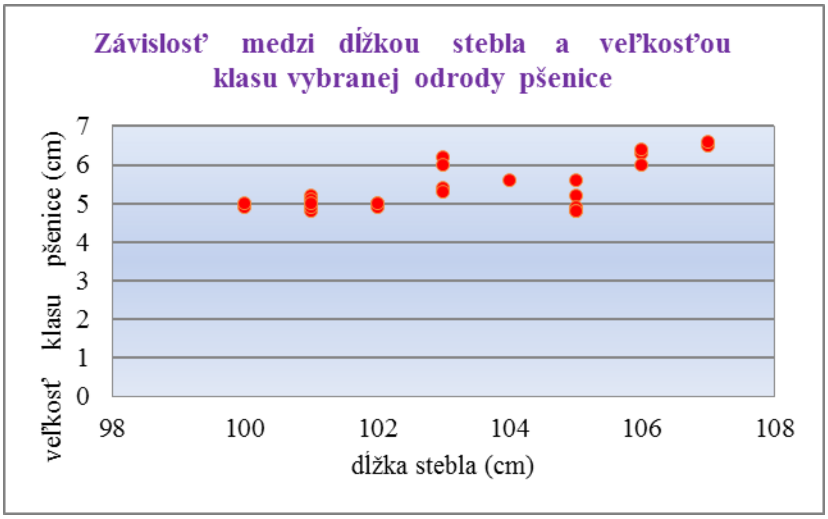
Príklad 2. Zaujíma nás vzťah medzi dĺžkou stebla (cm) vybranej odrody pšenice a veľkosťou klasu (cm) skúmanej odrody pšenice. Na poli bolo náhodne vybraných 25 rastlín, u ktorých boli odmerané dĺžky oboch znakov. Výsledky meraní sú zaznamenané v tabuľke 2. Dá sa tvrdiť, že dĺžka stebla pšenice a veľkosť klásku sú závislé javy?

rastlina	**dĺžka stebla**	**veľkosť klasu**
1	105	5,6
2	103	6,2
3	101	4,8
4	107	6,5

5	103	5,4
6	102	5
7	104	5,6
8	103	6
9	102	4,9
10	106	6,3
11	105	5,2
12	101	4,9
13	103	5,3
14	107	6,6
15	106	6,4
16	102	5
17	100	4,9
18	100	5
19	106	6
20	105	4,9
21	105	4,8
22	101	5,2
23	105	4,8
24	101	5,1
25	101	5

Tabuľka 2.

Riešenie. Závislosť medzi dĺžkou stebla vybranej odrody pšenice a veľkosťou jej klásku na základe získaných údajov znázorníme korelačným grafom.



Graf 1.

Pozorovanými znakmi sú znaky *X, Y*, kde *X* označuje dĺžku stebla vybranej odrody pšenice a *Y* veľkosť klasu pšenice. Budeme predpokladať, že náhodný vektor (*X*,*Y*) má dvojrozmerné normálne rozdelenie s korelačným *Pearsonovým* koeficientom ρ.
Vypočítame hodnotu výberového koeficientu korelácie r zo vzťahu

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\ \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}.$$

Dostávame $r = 0{,}66$.

Po vypočítaní výberového koeficientu korelácie, ktorý poukazuje na pomerne silný stupeň závislosti medzi pozorovanými znakmi sme si položili otázku, či je možné získané výsledky zovšeobecniť pre celý základný súbor.
Odpoveď získame realizovaním testu významnosti koeficientu korelácie r.

Na hladine významnosti $\alpha = 0{,}01$ budeme testovať, či je závislosť medzi dĺžkou stebla vybranej odrody pšenice a veľkosťou jej klasu štatisticky významná.
Testovaný problém bude mať nasledujúci tvar:
H_0: $\rho = 0$ proti H_1: $\rho \neq 0$.
Nulová hypotéza H_0 vyjadruje, že pozorované znaky *X, Y* sú nezávislé a alternatívna hypotéza H_1 vyjadruje, že medzi pozorovanými *X*,*Y* znakmi existuje signifikantná štatistická závislosť.
Ako testovacie kritérium použijeme štatistiku:

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n-2},$$

ktorá má za platnosti testovanej hypotézy H_0 Studentovo t - rozdelenie o (n – 2) stupňoch voľnosti. Hypotézu zamietame na hladine významnosti α, ak $|t| > t_\alpha(n-2)$, kde $t_\alpha(n-2)$, sú kritické hodnoty Studentovho t - rozdelenia o n – 2 stupňoch voľnosti. V opačnom prípade, t.j.
ak $|t| \leq t_\alpha(n-2)$, hypotézu H_0 nemôžeme zamietnuť, čo znamená, že korelácia nie je štatisticky významná.
Dostávame

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n-2} = \frac{0{,}66}{\sqrt{1-0{,}4356}}\sqrt{23} = 4{,}21.$$

Získanú hodnotu porovnáme s tabuľkovou hodnotou $t_{0,01;23} = 2{,}81$.
Zamietame na hladine významnosti $\alpha = 0{,}01$ nulovú hypotézu. To znamená, že medzi pozorovanými znakmi *X, Y* existuje štatisticky významná závislosť. Čiže so vzrastajúcou dĺžkou stebla pšenice zväčšuje sa aj veľkosť jej klásku.

Záver

Obe vyššie uvádzané úlohy majú znaky problému, ktorý je možné riešiť v rámci objavného vyučovania matematiky. Študenti sa počas jeho riešenia oboznamujú s problematikou z oblasti botaniky, je možné realizovať aj meranie dĺžky stebla a kláskov pšenice v teréne v rámci ďalšieho vyučovacieho predmetu. Registrujeme, že pri objavnom vyučovaní sa dostávajú do popredia okrem interdisciplinarity tiež prvky integrovaného vyučovanie, ktoré akcentuje komplexný rozvoj osobnosti študenta. Takýto spôsob vyučovania matematiky je pre študentov atraktívny a predovšetkým ukazuje matematiku v inom svetle; nie len ako svet abstraktných pojmov, definícií a viet ale predovšetkým ako užitočný nástroj na riešenie problémov z praxe.

Literatúra

[1] Anděl, J. (1998). Statistické metody. Praha, Matfyzpress Praha, 1998. ISBN 80-85863-27-8.

[2] Dorociaková, B., Pobočíková, I. (2005). Zbierka úloh z pravdepodobnosti a matematickej štatistiky. Žilina, Edis Žilina, 2005. ISBN 80-8070-384-1.

[3] Plocki, A. (2004). Pravdepodobnosť okolo nás. Ružomberok, Katolícka univerzita, Ružomberok, 2004. ISBN 80-89039-51-0.

[4] www.vedajezabava.upol.cz/docs/prakticke_ulohy_z_biologie.pdf.

[5] Rocard, M. (2007). Science Education NOW: A Renewed Pedagogy for the Future of Europe. Brussels: European Commision. Directorate-General for Research, 2007. 22 s. ISBN 978-92-79-05659-8.

Článok prijatý dňa 8. júla 2012

Adresy autorov

RNDr. Lýdia Kontrová, PhD.
Katedra aplikovanej matematiky
Fakulta humanitných vied
Žilinská univerzita v Žiline
Univerzitná 1
SK – 010 26 Žilina
e-mail: lydia.kontrova@fhv.uniza.sk

Mgr. Ivana Pobočíková, PhD.
Katedra aplikovanej matematiky
Strojnícka fakulta
Žilinská univerzita v Žiline
Univerzitná 1
SK – 010 26 Žilina
e-mail: ivana.pobocikova@fstroj.uniza.sk

Poďakovanie

Článok vznikol s podporou projektu KEGA 046/2011 – Informačný vek modifikuje metódy a formy vyučovania matematiky.