



## EXPLICIT AND TACIT MATHEMATICAL KNOWLEDGE

### EXPLICITNÉ A TACITNÉ MATEMATICKÉ ZNALOSTI

JOZEF HVORECKÝ

**ABSTRACT.** *A contemporary theory of Management (called Knowledge Management) also addresses ways of human learning. In the conference contribution, its concepts will be used for explaining some sources of difficulties students experience during their learning. We will concentrate on relationships between formal (i.e. explicit) and not-fully-formal and informal (i.e. tacit) knowledge and demonstrate how they interact. Some challenges for the teachers coming from their interrelationships will be exemplified, too.*

**KEY WORDS:** *Explicit knowledge, Tacit knowledge, Relations between tacit and explicit knowledge, Tacit knowledge facilitation*

**ABSTRAKT.** *Jedna z moderných teórií v oblasti manažmentu (nazývaná znalostný manažment) sa zaoberá aj učením sa. V príspevkoch použijeme jej prístupy na vysvetlenie problémov, s ktorými sa stretávajú študenti pri štúdiu matematiky. Budeme sa venovať vzťahu medzi formálnymi (explicitnými) a neformalizovanými a podvedomými (tacitnými) vedomosťami a ukážeme, ako sú previazané. Nakoniec sa sústredíme na možné dôsledky týchto vzťahov pre vyučovanie matematiky.*

**KLÚČOVÉ SLOVÁ:** *Explicitné znalosti, tacitné znalosti, Vzťah tacitných a explicitných znalostí, Rozvoj tacitných znalostí*

**CLASSIFICATION:** *D30, D40*

#### Úvod

Matematika je verejnosťou chápaná ako náročný predmet a mnohokrát počujeme inak úspešné osobnosti chváliť sa, že ju nevedia a nikdy nevedeli. Chcú tým zrejme naznačiť svoju spätosť so svojimi spriaznencami, o ktorých predpokladajú to isté. Bariéry v prijímaní matematiky ako užitočného a spoločensky prospešného predmetu sa aj preto prekonávajú iba pomaly, hoci úsilie učiteľov a výskumných pracovníkov v oblasti didaktiky matematiky je zamerané na jej sprístupnenie, vid' napríklad [1, 2, 3, 4]. V tomto článku naznačujeme jednu z možných ciest postavenú na využití princípov znalostného manažmentu. Zdôrazňujeme potrebu rozvoja tacitných – podvedomých, často až nevedomých – poznatkov, ktoré však hrajú pri riešení úloh zásadnú úlohu, nakoľko robia explicitné vedomosti použiteľnými.

#### Stručne o znalostnom manažmente

Znalostný manažment je nové odvetvie manažmentu zamerané na vyhľadávanie, zber, uchovávanie a šírenie poznatkov. Znalostný manažment vychádza z dvoch základných zdrojov:

- Prvým zdrojom sú ekonomické teórie. Peter Drucker už v roku 1959 [5] usúdil, že kým v doterajšej histórii ľudstva sa rozvoj dial na základe prírodných zdrojov (pôda, nerastné bohatstvo, ľudská sila), nastupuje obdobie, keď sa rozvoj bude najvýraznejšie opierať o intelektuálny kapitál, čiže schopnosť jednotlivcov a tímov podporovať

ekonomický rast efektívnejším využitím prírodných zdrojov, založeným na inovatívnych riešeniach. Drucker tým postavil do popredia potrebu rozvoja intelektuálneho kapitálu a ľudských zdrojov vôbec.

- Druhým zdrojom sú informačné a komunikačné technológie (IKT), predovšetkým oblasť umelej inteligencie. Vývoj ukázal, že IKT sú schopné veľmi úspešne nahradiť časť ľudských schopností, zatiaľ čo iná časť je pre nich zatiaľ nedosiahnuteľná. Medzi oblasťami, v ktorých sú počítače úspešné patrí schopnosť zapamätať si údaje veľmi spoľahlivo a na prakticky neobmedzene dlho, presne vykonávať náročné výpočty, či nepretržite a bez únavy riadiť výrobu. Zlyhávajú však v oblastiach, v ktorých sa uplatňuje intuícia alebo vrodené dispozície.

To viedlo k rozlišovaniu dvoch typov poznatkov: explicitných a tacitných. Explicitné poznatky sú tie, ktoré sú presne špecifikované a zaznamenané štandardizovaným spôsobom na médiách. V matematike do tejto skupiny patria okrem vzorcov aj grafy, geometrické konštrukcie, zobrazenia priestorových telies atď. Vo väčšine oblastí ľudského poznania vznikli „jazyky“, ktoré zjednodušujú zápis poznatkov a tým aj komunikáciu medzi nimi: zápis melódií do notovej osnovy, chemické vzorce, technické výkresy a pod. Ostatné poznatky označujeme ako tacitné. Sú postavené na skúsenostiach a ich vlastníci niekedy ani netuší, že ich má – a ak o nich aj vie, nedokáže ich bezprostredne odovzdať iným. V matematike sem patrí schopnosť rozpoznať, ktorý vzorec je na riešenie danej úlohy najvhodnejší. Počítače preto pri riešení spravidla využívajú metódu pokusov a omylov, počas ktorej sa snažia zosúladiť tvar vzorca s typom úlohy a vyskúšať, „či to vyjde“. Stojí za povšimnutie, že slabší žiaci postupujú rovnako. V oboch prípadoch je dôvod rovnaký – snaha využiť explicitné poznatky v presvedčení, že ich aplikovaním dosiahnu cieľ. Tú istú úlohu pritom okamžite vyrieši spolužiak, ktorý má viac tacitných poznatkov v danej oblasti. Obe dva druhy poznatkov sa totiž dajú rozširovať.

Nonaka a Takeuchi [6] vypracovali tzv. SECI model, ktorý naznačuje rast ľudských poznatkov prostredníctvom interakcie tacitných a explicitných poznatkov – vid' obr. 1.

	Tacitné poznatky	Explicitné poznatky
Tacitné poznatky	<b>Socializácia</b>	<b>Externalizácia</b>
Explicitné poznatky	<b>Internalizácia</b>	<b>Kombinácia</b>

Obrázok 1: SECI model

Nositelia tacitných poznatkov komunikujú s nositeľmi (vo všeobecnosti iných) tacitných poznatkov v procese, ktorý nazývame *socializáciou* (S). Tá sa deje buď formou neformálnej výmeny poznatkov, diskusií, rozprávaním príbehov a podobenstiev, ale aj introspekciou. Socializácia je zrejme najstaršou metódou získavania poznatkov. Je aktuálna dodnes napríklad vo forme dialógu, učňovských praxí, couchingu, mentoringu a pod. Učenie počas socializácie je vlastne transformáciou tacitných poznatkov na nové tacitné.

Úspech predchádzajúcej metódy výrazne závisí od schopnosti nadviazať adekvátnu komunikáciu. *Externalizácia* (E) je snahou odosobniť ju a vyjadriť poznatky v podobe nezávislej od podávajúceho. Poznatky musia byť reprezentované v dohovorenej a zrozumiteľnej podobe (ako čísla, texty, vzorce, obrázky atď.). Takto spracované poznatky sú jednak vodnejšie na širšiu distribúciu a zároveň umožňujú „dialóg“ s autorom, ktorý prestáva byť viazaný na konkrétne miesto a okamih. Typickou externalizáciou v matematike je transformácia slovnej úlohy na vzorec. Učenie počas externalizácie vedie k zmene tacitných poznatkov učiaceho sa na explicitné – „zviditeľnené“.

So zápsmi v externalizovanej podobe sa dá pracovať a tým rozširovať poznanie. Tento proces sa označuje ako kombinácia (C). Matematika je disciplínou, v ktorej hrá kombinácia mimoriadnu úlohu. Tak, ako učiaci sa nadobúda skúsenosti s formálnymi manipuláciami, nadobúda popri nových explicitných poznatkoch aj tacitné. Pravidlá „kombinovania“ sú v matematike presne definované – až do takej miery, že ich dokážu vykonávať stroje. Ako príklady môžu slúžiť tabuľkové kalkulátory, programy ovládajúce manipuláciu s formálnymi výrazmi (tzv. CAS – z angl. Computer Algebra Systems), programy dynamickej geometrie, umožňujúce animovanie geometrických konštrukcií a/alebo priebehov funkcií.

V poslednej etape, nazývanej *internalizácia* (I), ľudia získané poznatky interpretujú, snažia sa im porozumieť a začleniť ich do vlastného systému poznatkov. Bez internalizácie sa novo nadobudnutý poznatok ľahko stratí – zabudne. Iba potom, keď nový poznatok úspešne internalizuje, stane sa jeho nositeľ schopným ho využívať – hovoriť o ňom, kriticky ho hodnotiť, oznamovať ho ďalším – teda spraviť súčasťou svojej znalostnej bázy využíwanej pri socializácii. Práve zosobnenie poznatku patrí medzi základné ciele vzdelávania.

Názov modelu využíva začiatkové písmená jednotlivých procesov. Získavanie poznatkov však prebieha zložitejšie, ako by sa zdalo z povrchného pohľadu na obr. 1:

- **Učenie sa vo vnútri jednotlivých kvadrantov:** Počas socializácie sa učíme prezentovať vlastné názory a skúsenosti, chápať spôsob rozmýšľania partnerov, rozumieť ich mentalite a pocitom. Behom externalizácie sa snažíme vyjadriť svoje myšlienky presne a jednoznačne. Učíme sa, ktorý formát je vhodný na zamýšľaný účel a ako vyjadriť myšlienku stručne, napríklad vzorcom alebo obrázkom. Počas kombinácie sa učíme plánovať a kontrolovať svoje kroky tak, aby viedli k novému poznatku. Keď v priebehu internalizácie ho zaradíme medzi existujúce, učíme sa reorganizovať ich doterajšiu štruktúru tak, aby spolu s novým poznatkom tvorili nový, zdokonalený systém.
- **Učenie sa počas pohybu v smere hodinových ručičiek:** Cyklus S-E-C-I sa začína zrodom myšlienky v mysli jednotlivca alebo počas dialógu (S). Zatiaľ váгну myšlienku sa jej autor snaží formulovať čo najpresnejšie (E). Predbežný výsledok sa potom kombinuje s už existujúcimi poznatkami, testuje sa, či a do akej miery je s nimi kompatibilný a či je vierohodný (C). Aby sa stal súčasťou intelektuálnej výbavy, treba ho „ustáliť“ – zvyknúť si naň a naučiť sa ho využívať (I).
- **Trvalé učenie sa:** po skončení úplného kruhu sa poznatok spravidla predkladá komunite na posúdenie. Poznatok sa dozvedajú aj tí jej členovia, ktorí o ňom doposiaľ nevedeli, vďaka čomu sa učenie komunity ako celku urýchľuje. Vďaka „socializácii poznatku“ sa môže začať nový cyklus S-E-C-I-S-E-C-I-S-... Tým vzniká tzv. dvojúrovňové učenie sa, pri ktorom jedinec môže čerpať zo spoločného fondu poznatkov a – na rozdiel od Robinsona Crusoea – nie je odkázaný na získavanie každého z nich izolovane a na vlastné riziko.

## SECI model a vyučovanie matematiky

SECI model naznačuje, prečo sa nemôže stotožňovať matematické poznanie so schopnosťou rýchle a efektívne vykonávať matematické operácie: výpočty, úpravy vzorcov, konštruovať geometrické útvary atď. Takéto činnosti svojou podstatou patria medzi kombinácie, t. j. tvoria obsah iba jedného zo štyroch kvadrantov – kvadrantu E. Hoci aj pri kombináciách, ktorými meníme existujúce explicitné poznatky na nové explicitné, vznikajú aj tacitné poznatky, sú však viazané iba na vhodnosť a bezchybnosť

manipulácií. Teda nie na ich zmysluplnosť v celkovom kontexte ľudského poznania. Pritom práve kontext hrá pri riešení mnohých matematických úloh zásadnú úlohu.

Porovnajme dve úlohy:

- *Priemerný kôň váži 670 kg. Koľko váži 17 koní?*
- *Priemerný kôň beží rýchlosťou 24 km/hod. Ako rýchlosťou beží 17 koní?*

Schopnosť vykonávať matematické operácie nie je v druhej úlohe previazaná so schopnosťou dať správnu odpoveď. Podstatná je tacitná znalosť o tom, že rýchlosť behu koní nedá skladať rovnakým spôsobom ako ich hmotnosť. Schopnosť násobiť je potrebnější pri prvej úlohe, lebo bez nej sa nedá dostať k výsledku. Úlohy uvedeného typu by mali viesť k tacitnému poznatku: *Nie všetko, čo vyzerá ako výpočtová úloha, ňou naozaj je.*

Ďalšia dilema vzniká vtedy, keď znenie úlohy dovoľuje viac interpretácií. To ukazuje nasledujúca úloha:

- *Kapela zahrá istú skladbu za 5 minút. Ako rýchlo zahrá rovnakú skladbu 5 kapiel?*

Ak si kapely skladbu rozdelia, stihnú to za minútu. Ak sa rozhodnú hrať naraz, potrvá to 5 minút, ak po sebe, tak 25. O zmysluplnosti jednotlivých alternatív možno teda viesť diskusiu. Tá môže viesť k spresneniu pôvodného zadania tak, aby bolo jednoznačne jasné, ktoré riešenie máme na mysli – teda k externalizácii výsledkov diskusie. Poznatok o existencii úloh, ktoré majú odlišné (a protichodné) riešenia vinou nejednoznačnosti formulácie by sa mal v študentoch internalizovať. Len v takom prípade budú schopní odhaliť podobné viacznačnosti textov v budúcnosti.

Socializácia v matematike môže mať podobu diskusie o vhodnosti a primeranosti nástrojov. Mnoho úloh má niekoľko riešení, ktoré sa líšia obťažnosťou a presnosťou (viď napr. [7]). Aj na nich sa dá demonštrovať, že matematika nie je až taká rigorózna veda, ako sa z neznalosti domnieva verejnosť. Tieto poznatky sú však matematikom známe už od 30-tych rokov minulého storočia [8], ale ich prezentovanie v exaktnej podobe presahuje úroveň všeobecnej matematickej gramotnosti. Aj medzi matematikmi samotnými sa dajú očakávať rozpory o vhodnosti podobných zjednodušení.

Externalizácia sa pri vyučovaní matematiky uplatňuje najmä pri riešení slovných úloh. Žiaci však málokedy formulujú aj zadanie. To je spravidla vopred pripravené a úlohou žiakov je iba priradiť formulu k slovnému zadaniu a vložiť do nej konštanty, ktoré sú jeho súčasťou. Vyššie sme naznačili, že žiaci môžu byť zapojení aj do formulácie riešenia. V ideálnom prípade by mali socializáciou prísť k prvotnej, počiatkovej formulácii a počas externalizácie ju spresňovať.

Kombinácia môže, ale nemusí mať tradičnú podobu. Pretože ju dnes dokáže vykonávať aj IKT, práve jej využitie môže veľmi efektívne demonštrovať ako jeden z krokov v SECI cykle – nie dominantný, ale čiastkový. Ide o ústup z tradičných pozícií vo vyučovaní matematiky smerujúci k „zrovnoprávneniu“ kombinácie s ostatnými komponentmi SECI modelu. V niektorých učebniciach (napr. [9]) sa už podobný prístup začína objavovať.

Cyklos by mal končiť internalizáciou. Tá má adresovať nielen návyky získané pri riešení úlohy, ale aj viesť k pochopeniu hlbšieho obsahu realizovaných činností a ich potenciálneho využitia v budúcnosti. Učiacich sa treba pýtať, v čom vidia užitočnosť nového poznatku, čím sa podobá na už známe a čím sa od nich líši. Z tohto pohľadu je dôležité, aby napríklad učebnice na odborných školách adresovali tie oblasti matematiky, s ktorými bude mať študent najväčšiu pravdepodobnosť sa stretnúť a teda si predstaviť ich uplatnenie. Neučiť teda „matematiku ako takú“, ale „matematiku ako súčasť profesijnej prípravy“. Takýto prístup zároveň prispeje aj k motivácii študentov a teda k ich ochote učiť sa.

## Záver

Ako vidieť, vo vyučovaní matematiky sa dajú uplatňovať všetky komponenty SECI modelu. V súčasnosti sa však vyučovanie matematiky koncentruje na kombinácie – na kvadrant, v ktorom dominujú explicitné poznatky. Získavanie poznatkov socializáciou, externalizáciou a internalizáciou nie je bežné. Študenti teda nemajú možnosť rozvíjať si tacitné poznatky. Príležitostné stretnutia s nimi sú spravidla nedostačujúce na pochopenie širších súvislostí.

Tacitné poznatky majú v tomto zmysle „nadmatematickú“ hodnotu. Dovoľujú diskutovať nie o matematických postupoch, ale o matematike ako celku. Ich dôležitosť naznačuje skutočnosť, že vystupujú v 3 zo 4 kvadrantov – rovnako ako explicitné. Nejde teda o nič iné, ako o úprava pomeru smerom k rovnováhe.

Samozrejme, vzniká otázka, kde vziať adekvátny časový priestor. IKT ponúkajú riešenie – preniesť na ne podstatne vyšší podiel rutinných výpočtových činností a viac sa sústrediť na chápanie toho, čo sa vlastne pri riešení deje. V danej chvíli je už na internete dostatok izolovaných príkladov zo všetkých oblastí matematiky. Výzvou pre didaktiku matematiky je metodologicky ich zjednotiť, dať im spoločný rámec a vhodným spôsobom do nich zapracovať kompletne cykly SECI.

## Literatúra

- [1] Čeretková Soňa (2010): Projekt 7RP PRIMAS. Jasná pod Chopkom: JSMF, Zborník 42. konferencia slovenských matematikov, str. 26.
- [2] Vankúš Peter (2012) Didaktické hry v matematike. Bratislava: Univerzita Komenského. 144 str. ISBN 978-80-8147-002-8.
- [3] Winklerová Dana (2008): Hravá čísla. Praha: Junior. 20 str. ISBN 80-7267-320-3.
- [4] Barry Cipra (2001): Chibičky. Praha: Dokořán. 78 str. ISBN 80-86569-26-8.
- [5] Peter Drucker (1959): Landmarks of Tomorrow. New York: Harper&Brothers, 403 s.
- [6] Ikujiro Nonaka, Hirotaka Takeuchi (1995): The Knowledge-Creating Company – How Japanese Companies Create the Dynamics of Innovation. Oxford University Press, London.
- [7] Gabriela Lovászová, Jozef Hvorecký (2002): When There is More Ways to Get There... Wei-Chi Yang, Sung-Chi Chu, Zaven Karian, Gary Fitz-Gerald (editors): Proceedings of the Seventh Asian Technology Conference in Mathematics, ATCM, Melakka, str. 263–272, ISBN 983-41193-0-5
- [8] Pavol Zlatoš (1995): Ani matematika si nemôže byť istá sama sebou. Bratislava: IRIS, 208 s., ISBN 80-88778-09-3
- [9] Adrian Oldknow, Ran Taylor, Linda Tetlow (2010): Teaching Mathematics Using ICT. London: Continuum International Publishing Group, 3<sup>rd</sup> edition, 311 str. ISBN 978-1441-156-88-4

Článok prijatý dňa 18. apríla 2013.

## Adresa autora

Prof. RNDr. Jozef Hvorecký, PhD.

Katedra informačných technológií, Vysoká škola manažmentu, Panónska cesta 17, SK - 851 05, Bratislava, e-mail: jhvorecky@vsm.sk