



USING SINGLE MODELS TO CREATE BASIC GEOMETRIC KNOWLEDGE

VYUŽITIE SEPAROVANÝCH MODELOV K VYTVÁRANIU ZÁKLADNÝCH GEOMETRICKÝCH POZNATKOV

EVA BARČÍKOVÁ

ABSTRACT. *In this paper we deal with inclusion of simple manipulative activities in teaching plane geometry. We are focused on increasing student activity in the process of creating their own knowledge through modeling basic geometric relationships. We use inexpensive equipment such as paper. Activities are also demanding in terms of time and preparing.*

KEY WORDS: *manipulative activities, modeling of geometric relationships*

ABSTRAKT. *V článku sa venujeme zaradeniu jednoduchých manipulačných aktivít do vyučovania planimetrie. Zameriavame sa na zvyšovanie aktivity žiaka v procese utvárania vlastného poznania prostredníctvom modelovania základných geometrických vzťahov. Pri jednotlivých aktivitách využívame finančne nenáročné pomôcky ako napríklad papier. Aktivity sú zároveň nenáročné z hľadiska času a prípravy.*

KEÚČOVÉ SLOVÁ: *manipulačné aktivity, modelovanie geometrických vzťahov,*

CLASSIFICATION: 3 D40, U60

Úvod

G. Polya v *Mathematical Discovery* vo svojich troch základných princípoch učenia matematiky odporúča: „*Motivovať nie vynútením, askézou, ale zaujatím a podaním problému zvnútra.*“ „*Najlepším spôsobom, ako sa niečo naučiť, je objaviť to.*“ Motivácia vo vyučovaní má v dnešnom školstve dôležité, aj keď mnohokrát nedocenené postavenie. V súčasnej reforme a humanizácii školstva je význam motivácie na učebnú činnosť žiakov nezanedbateľný. Učenie nemá byť len nutnosťou a povinnosťou, ale aj radosťou a prirodzenou aktivitou. Každé dieťa má právo objaviť čaro vzdelávania, radosť z objavovania nového a nepoznaného. Je pedagogickým umením učiteľa odovzdať s poznatkami aj túto radosť. O to viac v exaktnej vede, akou je matematika. Ukázať jej krásu a čaro žiakom možno pomocou zaujímavých, zábavných a historických úloh či hlavolamov. Myšlienka „Škola hrou“ nestráca na aktuálnosti ani dnes. Práve geometria svojou podstatou poskytuje vhodnú platformu pre využívanie didaktických hier, ako aj manipulačných činností vo vyučovaní matematiky. P. M. van Hiele píše v časopise *Teaching Children Mathematics*, že vyučovanie geometrie začína hrou. Pod pojmom hra pritom rozumie rôzne manipulačné aktivity. J. Brincková [4, s. 9] hovorí, že „*učenie je výsledkom činnosti a prostredníctvom činnosti sa vyvíja*“. Medzi činnosťami, ktoré napomáhajú rozvíjať priestorovú predstavivosť, zaraďuje aj „*materiálovú činnosť (manipulácia s objektmi, so stavebnicou, kartičkami, plastelínou, vystrihovačkami,...)*“.

Aktívne učenie sa geometrie

Vo vyučovaní (aj geometrie) sa často kladie dôraz na vizuálnu a auditívnu perцепciu. Žiak sa často dostáva do roly pasívneho prijímateľa a pozorovateľa. Učivo vníma na

základe počúvania vyučujúceho a sledovania obrázkov, či už na tabuli, alebo v učebnici. V rámci modernizácie vyučovania matematiky sa síce využívajú aj virtuálne manipulácie pomocou rôznych edukačných geometrických softvérov, avšak aj v tomto prípade sa žiak často dostáva do pozície pozorovateľa (napríklad z dôvodu nedostatočného materiálneho vybavenia). Pre dieťa je naproti tomu prirodzené poznávať svet prostredníctvom haptických vnemov. Geometria je súčasťou nášho každodenného života. Žijeme v priestore a objekty, s ktorými bežne manipulujeme, sú trojrozmerné. Skúsenosti žiaka sú teda bližšie k stereometrii ako k planimetrii. Tak ako v živote, aj vo vyučovaní platí „radšej raz zažiť ako stokrát počuť“. Vzhľadom na to je nevyhnutné, aby sa do vyučovania zapájal aj hmat. To sa môže diať prostredníctvom manipulačných činností. Podľa Sýkoru sa prostredníctvom „*manipulačných činností dieťa zoznamuje nielen s tvarmi, ale sa tiež učí (hoci intuitívne) pochopiť základné charakteristické sprievodné javy daného objektu a relácie medzi nimi. Tie si potom prenáša do praxe.*“ Manipulačné činnosti sú najčastejšie zaradené v rámci motivačných alebo fixačných vyučovacích metód. Netreba zabúdať na ich použiteľnosť aj v rámci expozičnej časti hodiny. Keďže ich zaradenie do vyučovania geometrie priamo predpokladá vlastnú aktivitu žiaka, budeme ich považovať za aktivizujúce vyučovacie metódy.

Samostatná aktívna činnosť žiaka je nevyhnutná pre úspešné rozvíjanie vedomostí. Môže sa prejavíť vnútorne a navonok. Vnútoraná aktivita, ako úmyselná pozornosť, je síce ťažko pozorovateľná, avšak rovnako dôležitá ako vonkajšia aktivita.

Aktivizujúce vyučovacie metódy predpokladajú :

- Určitú vedomostnú úroveň žiakov.
- Potlačenie direktívneho postavenia vyučujúceho.
- Materiálne pomôcky a didaktickú techniku.

Aplikácia aktivizujúcich vyučovacích metód zvyšuje u žiakov pochopenie riešenej problematiky, pozornosť, aplikáciu vyšších myšlienkových pochodov, podporuje rozvoj tvorivosti, podnecuje žiakov vnímať učenie ako činnosť, ktorú realizujú oni sami, a zvyšuje úroveň motivácie.

Prostredníctvom jednoduchých činností k základným poznatkom

Ako sme spomenuli aktivizujúce vyučovacie metódy predpokladajú materiálne pomôcky a didaktickú techniku. Materiálne pomôcky však nemusia byť vôbec zložité a špecializované. Pri vyučovaní geometrie si vystačíme aj s ľahko dostupným materiálom, ako je papier, nožnice, špajdle, nitky atď. Nasledujúce ukážky popisujú niekoľko časovo a materiálovo nenáročných aktivít. Ich cieľom je prostredníctvom jednoduchých experimentov pomôcť žiakom osvojiť si základné geometrické vzťahy. Pri aktivitách väčšinou vychádzame zo skladania papiera. Pomôcky slúžia ako predmetné modely geometrických útvarov:

- List papiera predstavuje rovinu.
- Hranu, ktorá vznikne po preložení papiera, budeme považovať za priamku (prípadne polpriamku alebo úsečku).
- Bod modelujeme označením bodkou alebo krížikom.
- Dvoma bodmi na papieri možno viesť práve jednu priamku, teda papier možno preložiť len jedným spôsobom, aby vzniknutá hrana prechádzala oboma bodmi.
- Každým bodom papiera možno viesť nekonečne veľa priamok.
- Kolmicu k danej priamke p cez jej bod P zostrojíme preložením papiera tak, že sa obe polpriamky, na ktoré je rozdelená priamka p bodom P , kryjú.

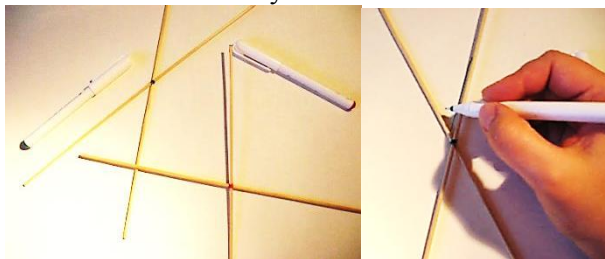
- Rovnobežku k danej priamke q cez bod A zostrojíme ako kolmicu cez bod A ku kolmici na danú priamku q .¹ [6]

Všetky aktivity predpokladajú usmernenie a plánovanie zo strany učiteľa a každá aktivita by mala byť nasledovaná odborným výkladom a matematickým odôvodnením.

Aktivita „poznávame vrcholové a susedné uhly“

Pomôcky: niekoľko špajdlí (párny počet), farebné nitky, farebné ceruzky

Z dvojice špajdlí vytvoríme písmeno X a zviažeme ich nitkou tak, aby ich vzájomná poloha bola fixná a nehýbali sa. Špajdle reprezentujú dve rôznobežné priamky a dvojice vrcholových uhlov, ktoré určujú. Pomocou obkresľovania na papier skúmame vzťah medzi odpovedajúcimi si uhlami. Vyzveme žiakov, aby najskôr ľubovoľnou farbou obkreslili jeden „uhol“, následne špajdle otočili (o 180°) a následne obkreslili druhý „uhol“ inou farbou. Pri správnom postupe sa farebné obrysy zhodujú. Ani po zmene veľkostí uhlov (použijeme viacero dvojíc rôzne zviazaných špajdlí) sa situácia nezmení. Obdobným spôsobom (obkresľovaním) budeme skúmať dvojice susedných uhlov. Po experimentovaní zavedieme pojem susedné a vrcholové uhly.

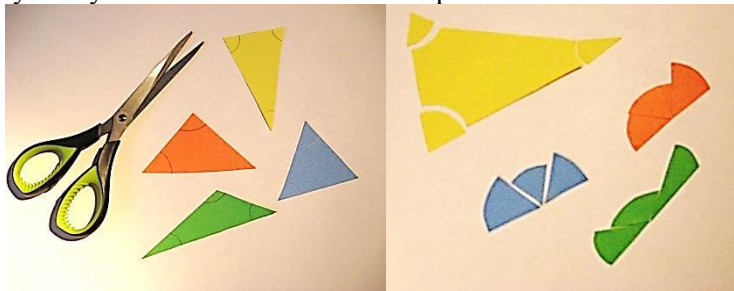


Obrázok 1

Aktivita „vnútorné uhly trojuholníka“

Pomôcky: farebný papier, nožnice, farebné ceruzky alebo lepidlo

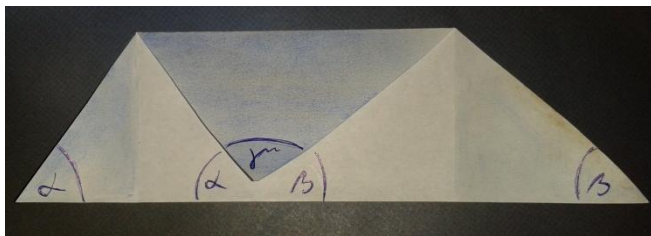
Cieľom tejto aktivity je osvojiť si poznatok o súčte vnútorných uhlov v trojuholníku. S farebných papierov vystrihneme niekoľko trojuholníkov. Dbáme na to, aby žiaci vystrihovali rôzne typy trojuholníkov (ostrouhlé, tupouhlé, pravouhlé, ...). Požiadame ich, aby na každom trojuholníku poloblúkom vyznačili vnútorný uhol a následne ich odstrihli. Vystrihnuté „rohy trojuholníka“ rovnakej farby ukladáme vedľa seba (obr. 2) a obkreslíme (môžeme ich aj lepiť na papier). Vidíme, že súčet vnútorných uhlov trojuholníka je priamy uhol. Žiaci si výsledky zistenia môžu medzi sebou porovnávať.



Obrázok 2

¹ Pre viac „konštrukcií“ pozri [6]

Vlastnosť „veľkosť vonkajšieho uhla je rovná súčtu veľkostí vnútorných uhlov pri zvyšných dvoch vrcholoch“ môžeme ukázať skladaním papierového trojuholníka, ako je na obrázku 3.



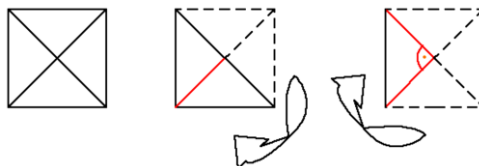
Obrázok 3

Aktivita „štvorec“ [4]

Pomôcky: štvorec vystrihnutý z papiera, farebné ceruzky

Cieľom tejto aktivity je pomocou skladania papiera vysvetliť žiakom základné vlastnosti štvorca: *štvorec je pravouhlý rovnobežník, ktorého všetky strany sú zhodné a uhlopriečky každého štvorca sú navzájom kolmé, zhodné a rozpolujú sa*. Žiaci si pripravia rôzne veľké štvorce papiera. Každú vlastnosť overujeme zvlášť vhodným skladaním papiera. Pre ukážku uvádzame vlastnosti uhlopriečok:

Na začiatok si uhlopriečky si určíme pomocou diagonálneho skladania štvorca a následne ich farebne vyznačíme. Vlastnosť, že uhlopriečky štvorca sú navzájom kolmé, ukážeme nasledovne: štvorec prekladáme na polovicu pozdĺž uhlopriečok, až kým sa všetky uhly zvierané uhlopriečkami neprekryjú (obr. 4). Takto ukážeme, že všetky uhly určené dvojicou uhlopriečok sú zhodné². Žiaci si môžu po poskladaní pomôcť priložením vzniknutého trojuholníka k predmetu, ktorý má pravý uhol (napr. list papiera), alebo uhlomerom.



Obrázok 4 zdroj: Omachelová, 2006

To, že sa uhlopriečky navzájom rozpolujú, ukážeme analogickým postupom. Štvorec preložíme cez priesečník uhlopriečok, aby sme ukázali, že sa prekryjú obe „polovice uhlopriečky“. Zopakujeme to aj pre druhú uhlopriečku. Pri zhodnosti uhlopriečok zložíme štvorec na polovicu tak, aby sa uhlopriečky „prekryli“ (viď obr. 5)



Obrázok 5 zdroj: Omachelová, 2006

Predošlé aktivity boli vhodné pre expozičnú časť hodiny. Nasledujúca aktivita je vhodná skôr pre fixačnú časť. Jej cieľom je preopakovanie a upevnenie vedomostí o vlastnostiach rovnostranného trojuholníka.

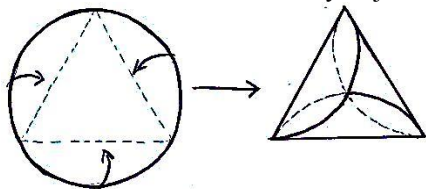
²Keďže uhlopriečky určujú štyri zhodné uhly, ktoré rozdeľujú rovinu, musia mať veľkosť 90° .

Aktivita „rovnostranný trojuholník“

Pomôcky: kruh z papiera.

Úlohou žiakov je skladaním papiera vytvoriť z kruhu rovnostranný trojuholník tak, aby využili čo najväčšiu časť kruhu.

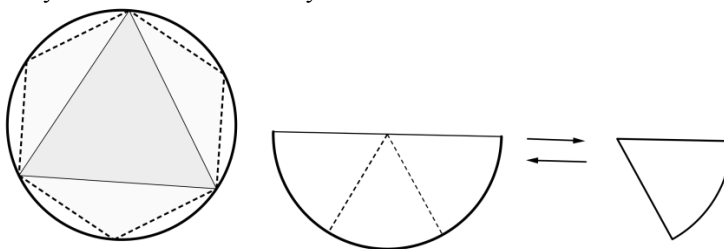
Aby sme využili čo najväčšiu plochu kruhu, využijeme trojuholník vpísaný do kružnice, ktorá ohraničuje daný kruh. Vrcholy hľadaného trojuholníka budú deliť kružnicu na tri rovnaké kružnicové oblúky, ktorých dĺžka bude tretina obvodu kruhu. Zvyšné kruhové odseky zahne. Takýmto skladaním papierového kruhu vznikne rovnostranný trojuholník (obr. 6).



Obrázok 6

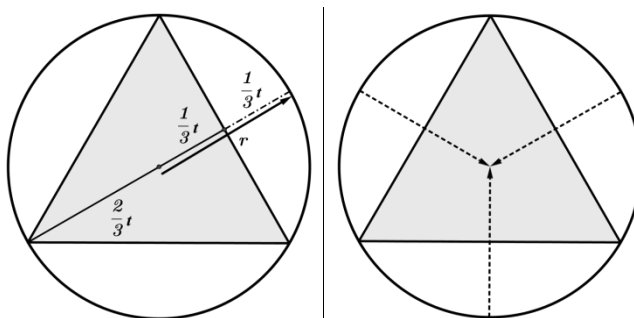
Pri hľadaní vrcholov trojuholníka budeme postupovať nasledovne:

1. Využijeme súvislosť rovnostranného trojuholníka a pravidelného šesťuholníka ako aj vzťah medzi stredovým a prislúchajúcim obvodovým uhlom v kružnici. Kruh zložíme na polovicu a následne na tretiny. Skladanie matematicky zdôvodníme.



Obrázok 7

2. Vychádzame z vlastností priecok v rovnostrannom trojuholníku. Ťažnica a os strany prislúchajúce tej istej strane sú totožné. Polomer opísanej kružnice sa teda rovná $\frac{2}{3}$ dĺžky ťažnice (obr. 8). Zložením kruhu dvakrát na polovicu určíme stred a následne pokračujeme ako na obr. 6.



Obrázok 8

Záver

Súčasťou školskej matematiky je matematizácia reálneho sveta, a teda aj „geometrizačia“ reálneho sveta. Žijeme vo svete obklopení trojrozmernými predmetmi. Manipulácia so separovanými modelmi základných geometrických útvarov je teda dôležitá pre pojmotvorný proces geometrických pojmov a vzťahov. Aktivity uvedené v článku sú v zmysle didaktického konštruktivismu zamerané na rozvoj tohto pojmotvorného procesu prostredníctvom časovo a materiálovo nenáročných pomôcok. Ide o multisenzorické činnosti podporujúce aktivitu žiaka avšak do popredia sa dostáva haptická percepcia. Prostredníctvom týchto aktivít majú žiaci možnosť konštruovať si vlastné poznanie geometrie, objavovať geometrické vzťahy, modelovať ich a na záver dochádza k ich abstrakcii a vytváraniu poznatku.

Literatúra

- [1] Barčíková, E. (2009). Zlatý rez a Fibonacciova postupnosť ako motivačný a aktivizujúci prvok vo vyučovaní matematiky. Rigorózna práca, Nitra: UKF v Nitre, 2009.
- [2] Polya, G. (1968). Mathematical Discovery. On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving, New York: John Wiley & Sons, 1968
- [3] Van Hiel, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. In: Teaching Children Mathematics 6, 1999, s. 310-315.
- [4] Brincková, J. (2001) Tvorivé dielne 2 zamerané na didaktické hry v geometrii ZŠ. Banská Bystrica: Pedagogická fakulta UMB, 2001.
- [5] Omachelová, H. (2006). Možnosti využitia manipulatívnych činností pri výklade geometrických vzťahov. In: Matematika v škole dnes a zajtra. Ružomberok: Katolícka Univerzita v Ružomberku, 2006, s. 349, ISBN 80-8084-066-0
- [6] Sýkora, V., Roubíček, F., Příbyl, J. (2006). Geometrické modelování jako příležitost k aktivnímu učení. Praha: JČMF, 2006. s. 135.
- [7] M. Hejný, J. Novotná, (2004) Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky, Praha: UK Praha 2004, ISBN 80-7290-189-3

Článok prijatý dňa 18. apríla 2013.

Adresa autorov

PaedDr. Eva Barčíková

Katedra matematiky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre,

Tr. A. Hlinku 1, SK – 94974 Nitra; e-mail: eva.barcikova@ukf.sk